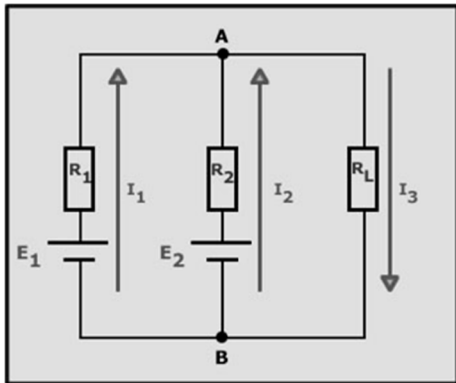


Lista de exercícios - Regra de Kirchhoff

Circuitos Complexos – Regra de Kirchhoff

Existem alguns circuitos em que não é possível fazer a separação de partes em série e/ou em paralelo e além disto podem ter mais de uma fonte (um carregador de baterias por exemplo).

Nestes casos usam-se um conjunto de regras (ou leis) e definições criadas por um físico alemão chamado Kirchhoff.



O circuito ao lado possui dois nós e três malhas.

Nós: os pontos marcados pelas letras A e B.

Malha 1: E_1, R_1, R_L ; Malha 2: E_1, R_1, R_2, E_2 ; Malha 3: E_2, R_2, R_L .

Definições:

- Nó: é todo ponto de junção, amarração de condutores.
- Malha: é todo caminho fechado percorrido no circuito.

Leis:

- Nós: a soma das correntes que chegam em um nó é igual a soma das correntes que saem deste nó. Esta lei é consequência da conservação da carga elétrica, que não pode ser criada ou destruída.
- Malhas: a soma das FEM e das quedas de tensões nos resistores é sempre igual a zero. Esta lei é consequência da conservação da energia, pois toda energia fornecida por uma fonte de FEM vai ser consumida pelo elementos resistivos.

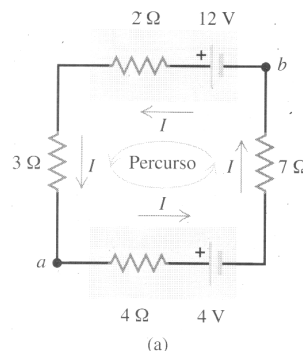
Convenção de Sinais: quando percorrermos um circuito o caminho pode ser horário ou anti-horário e não precisa coincidir com o sentido de circulação da corrente. Este fato é importante na atribuição de sinais às tensões das baterias (ε) e das quedas de tensões nos resistores (RI):

- Baterias: se ao percorrermos uma malha o percurso passar do pólo positivo para o pólo negativo da bateria usamos $-\varepsilon$ (o potencial diminui); caso contrario usa-se $+\varepsilon$ (o potencial aumenta).
- Resistores: se ao percorrermos uma malha o percurso passar pelo resistor no mesmo sentido da corrente usamos $-RI$; caso contrario usa-se $+RI$.

Importante: ao se resolver as equações pode-se encontrar um resultado negativo para a corrente; não há nenhum problema nesta situação. Trabalha-se com este resultado durante todo o restante da resolução, deve-se apenas lembrar que na verdade a corrente circula no sentido oposto ao que se escolheu inicialmente.

EXEMPLO 1: Um circuito com uma única malha O circuito indicado contém dois resistores e duas baterias, cada uma delas com uma fem e uma resistência interna. Calcule: a) a corrente no circuito; b) a diferença de potencial V_{ab} e c) a potência de cada fem.

(a) Neste exemplo percorremos a malha do circuito no mesmo sentido que escolhemos para a corrente, de modo que os termos IR são negativos. O potencial diminui quando você atravessa a fem inferior do + para o -, porém aumenta quando você atravessa a fem na parte superior do - para o +. (b) Um exemplo real de um circuito do tipo aqui analisado



SOLUÇÃO Trata-se de um circuito simples com uma única malha e que não possui nenhum nó, portanto não precisamos da lei dos nós de Kirchhoff. Para aplicarmos a lei das malhas a esse circuito com uma única malha, escolhemos inicialmente um sentido para a corrente. Vamos eleger o sentido anti-horário, conforme indicado. A seguir, partindo do ponto a , percorra a malha no sentido anti-horário, faça a soma algébrica de todas as diferenças de potencial ao longo do percurso e iguale o resultado a zero. Você obterá a seguinte equação:

$$-I(4\Omega) - 4V - I(7\Omega) + 12V - I(2\Omega) - I(3\Omega) = 0. \text{ Agrupando os termos que contêm } I \text{ e explicitando } I, \text{ encontramos} \quad 8V = I(16\Omega) \quad \mathbf{I = 0,5 A.}$$

O resultado obtido para I é positivo, o que mostra que o sentido escolhido para a corrente é correto. Como exercício, escolha o sentido contrário para I e resolva novamente a equação; você deverá encontrar $I = -0,5 A$, o que indica que o sentido real da corrente é contrário ao escolhido.

b) Para calcularmos V_{ab} , a diferença de potencial de a em relação a b , partimos do ponto b e fazemos a soma algébrica de todas as diferenças de potencial até chegar ao ponto a .

Existem dois percursos para ir de b até a ; usando o percurso inferior, obtemos

$$\mathbf{V_{ab} = (0,5 A)(7\Omega) + 4 V + (0,5 A)(4\Omega) = 9,5 V.}$$

O ponto a possui um potencial 9,5 V mais elevado do que o potencial do ponto b . Todos os termos dessa soma, incluindo os termos IR , são positivos porque cada um deles representa um *aumento* quando vamos de b até a . Considerando o percurso superior, encontramos

$$\mathbf{V_{ab} = 12 V - (0,5 A)(2\Omega) - (0,5 A)(3\Omega) = 9,5 V.}$$

Na relação anterior, os termos IR são negativos porque o sentido do percurso é o mesmo da corrente, o que provoca uma diminuição de potencial ao atravessarmos

cada resistor.

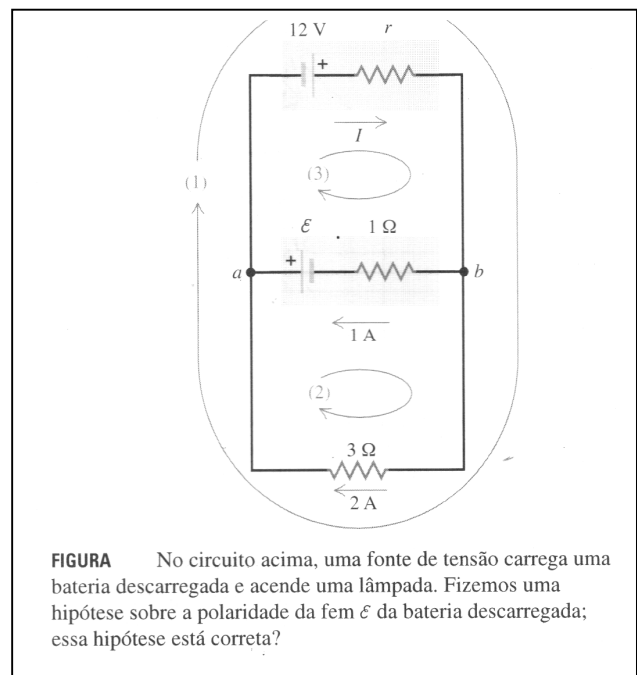
O resultado obtido é o mesmo nos dois percursos, como era esperado, uma vez que a variação total da diferença de potencial ao longo do circuito completo deve ser igual a zero.

c) A potência fornecida pela fem da bateria de 12 V é $P = \varepsilon I = (12 \text{ V})(0,5 \text{ A}) = 6 \text{ W}$, e a potência da bateria de 4 V é $P = \varepsilon I = (-4 \text{ V})(0,5 \text{ A}) = -2 \text{ W}$.

$$P = \varepsilon I = (12 \text{ V})(0,5 \text{ A}) = 6 \text{ W}$$

O sinal negativo de P é da bateria de 4 V surge porque a corrente percorre a bateria do terminal com potencial mais elevado para o terminal com potencial mais baixo. O valor negativo de P indica que a bateria consome potência porque está *armazenando* energia na bateria e está sendo *recarregada* pela bateria de 12 V. O circuito indicado é semelhante ao usado no caso real quando uma bateria de automóvel de 12 V carrega a bateria de outro automóvel que estava descarregada. Os resistores de 3Ω e de 7Ω na representam os cabos condutores e os conectores usados para ligar as duas baterias (embora os valores das resistências no exemplo real não sejam exatamente iguais aos desse exemplo numérico).

EXEMPLO 2: Carregando uma bateria O circuito indicado na Figura 3 contém uma fonte de tensão de 12 V com resistência interna desconhecida r conectada com uma bateria descarregada com fem ε e resistência interna igual a 1Ω e com uma lâmpada de resistência de 3Ω que transporta uma corrente de 2A. A corrente que passa na bateria descarregada é igual a 1A no sentido indicado. Calcule a resistência interna desconhecida r , a corrente I e a fem ε .



SOLUÇÃO

Inicialmente, aplicamos a lei dos nós ao ponto a . Encontramos:

$$-I + 1\text{A} + 2\text{A} = 0; \quad \text{logo, } \mathbf{I = 3\text{ A.}}$$

Para determinarmos r , aplicamos a lei das malhas para a malha externa designada por

(1); obtemos

$$12 \text{ V} - (3\text{A})r - (2\text{A})(3\Omega) = 0; \quad \text{logo, } r = 2\Omega.$$

Os termos com as resistências r e 3Ω são negativos porque o sentido do percurso através desses elementos é o mesmo sentido da corrente e, portanto, existe uma *queda* de potencial em cada um desses elementos. Caso resolvêssemos percorrer a malha externa (1) no sentido contrário, todos os termos teriam sinais opostos, e o resultado obtido para r seria o mesmo.

Para determinarmos ε , aplicamos a lei das malhas para a malha designada por (2):

$$-\varepsilon + (1\text{A})(1\Omega) - (2\text{A})(3\Omega) = 0; \quad \text{logo, } \varepsilon = -5 \text{ V}.$$

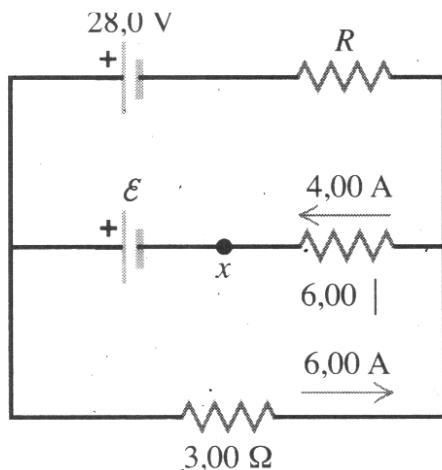
O termo do resistor de 1Ω é positivo porque, ao atravessá-lo no sentido oposto ao da corrente, ocorre um *aumento* do potencial. O valor negativo de ε mostra que a polaridade real dessa fem é oposta à indicada na figura; o terminal positivo dessa fonte está, na realidade, do lado direito. Como indicado no exemplo anterior, a bateria está sendo recarregada. Alternativamente, poderíamos usar a malha (3) e obter a equação

$$12 \text{ V} - (3\text{A})(2\Omega) - (1\text{A})(1\Omega) + \varepsilon = 0, \quad \text{a partir da qual concluímos novamente que } \varepsilon = -5 \text{ V}.$$

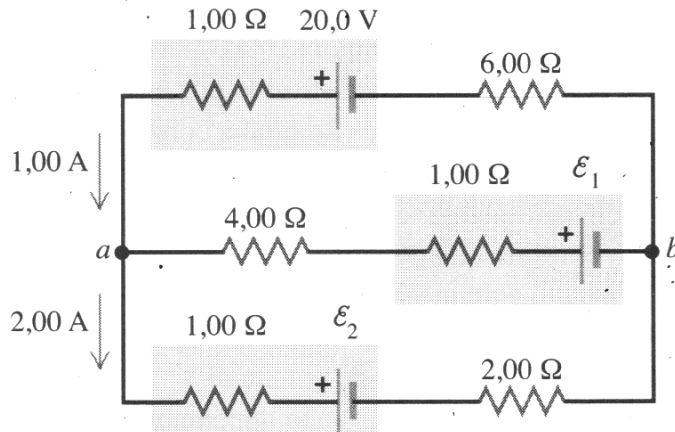
Para uma verificação adicional da consistência do resultado, notamos que $V_{ba} = V_b - V_a$ é igual à tensão através do resistor de 3Ω dada por $(2\text{A})(3\Omega) = +6 \text{ V}$. Percorrendo o ramo da malha superior de a para b , encontramos a diferença de potencial $+12 \text{ V} - (3\text{A})(2\Omega) = +6 \text{ V}$ e percorrendo o ramo central obtemos $-(-5\text{V}) + (1\text{A})(1\Omega) = +6 \text{ V}$. As três maneiras de calcular V_{ba} forneceram os mesmos resultados. Verifique se você entendeu todos os sinais dos cálculos anteriores.

EXERCÍCIOS

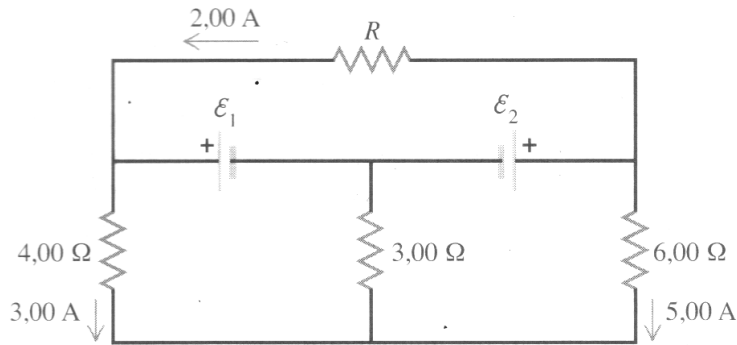
1. No circuito indicado na figura desta questão, calcule: a) a corrente no resistor R ; b) a resistência R ; c) a fem desconhecida ε .



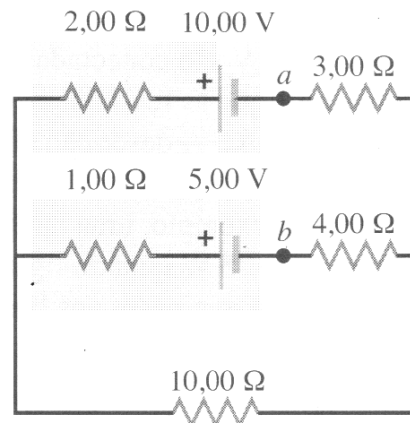
2. Calcule a fem ϵ_1 e a fem ϵ_2 no circuito da figura e a diferença de potencial do ponto b em relação ao ponto a . ($V_a - V_b$).



3. No circuito indicado na figura, calcule a) a corrente no resistor de $3,00 \Omega$; b) a fem ϵ_1 e a fem ϵ_2 ; c) a resistência R . Observe que foram fornecidas três correntes.



4. No circuito indicado, determine: a) a corrente em cada ramo; b) a diferença de potencial V_{ab} do ponto a em relação ao ponto b .



RESPOSTAS

- $I_R = 2,0 \text{ A}$ (no sentido do polo negativo da bateria (28 V) para o polo positivo)
 $R = 5 \Omega$ $\varepsilon = 42 \text{ V}$
- $\varepsilon_1 = 18,0 \text{ V}$ $\varepsilon_2 = 7,0 \text{ V}$
- $I_{3\Omega} = 8,00 \text{ A}$ (de baixo para cima) $\varepsilon_1 = 36,0 \text{ V}$ $\varepsilon_2 = 54,0 \text{ V}$
 $R = 9\Omega$
- $I_{3\Omega} = 0,8 \text{ A}$ (no sentido do polo negativo da bateria (10 V) para o polo positivo)
 $I_{4\Omega} = 0,2 \text{ A}$ (no sentido do polo positivo da bateria (5 V) para o polo negativo)
 $I_{10\Omega} = 0,6 \text{ A}$ (da esquerda para a direita) $V_{ab} = -3,2 \text{ V}$
 $I_{10\Omega} = 0,2 \text{ A}$ (da direita para a esquerda) $V_{ab} = 10,4 \text{ V}$